



# Universität Karlsruhe (TH)

Institut für Programmstrukturen und Datenorganisation (IPD)

Informatik I WS 2003/04

Dozent: Prof. Dr.rer.nat. G. Goos

Übungsleiter: Tom Gelhausen

<http://www.infoeins.de>

[goos@ipd.info.uni-karlsruhe.de](mailto:goos@ipd.info.uni-karlsruhe.de)

[gelhausen@fzi.de](mailto:gelhausen@fzi.de)

## Übungsblatt 3 - (60T / 0P)

### Grammatiken & Ableitungsbäume

Ausgabe: 31.10.2003

Abgabe: 07.11.2003

13:30 Uhr

Einwurf im Keller des Informatik-Hauptbaus (Geb. 50.34)

## 1 Algorithmenbegriff (11T)

In der Vorlesung wurde der „Markov-Algorithmus“ eingeführt. Untersuchen Sie, ob es sich der Definition nach wirklich um einen Algorithmus handelt. Gehen Sie dabei auf folgende Punkte ein:

- Eingabe & Ausgabe (1T)
- Operationen (Beschreibung!) (4T)
- Eigenschaften (Begründung!) (4T)
- Turingmächtigkeit (1T)

Inwiefern hat der Markov-Algorithmus Vorteile gegenüber dem Semi-Thue-System (1T)?

## 2. Chomsky-Grammatiken (27T)

### 2.1 Grammatik 1 (5T)

Gegeben sei folgende Grammatik:

$$\begin{aligned}G_1 &= \{ \Sigma, N, P, S \} \\S &= \text{Formel} \\N &= \{ \text{Formel}, \text{Atom}, \text{Negation}, \text{KonDis}, \text{BinOp}, \text{Stern} \} \\ \Sigma &= \{ P, \times, \neg, \wedge, \vee, (, ) \} \\P &= \{ \text{Formel} \quad \mapsto \text{Atom} \mid \text{Negation} \mid \text{KonDis}, \\ &\quad \text{Atom} \quad \mapsto \text{Atom Stern} \mid P, \\ &\quad \text{Stern} \quad \mapsto \times \text{Stern} \mid \varepsilon, \\ &\quad \text{Negation} \quad \mapsto \neg \text{Formel}, \\ &\quad \text{KonDis} \quad \mapsto ( \text{Formel BinOp Formel} ), \\ &\quad \text{BinOp} \quad \mapsto \vee \mid \wedge \} \end{aligned}$$

Geben Sie den einschränkensten Chomsky Grammatiktyp an (1T) und begründen Sie ihre Entscheidung (2T). Stellen Sie die erzeugte Sprache in erweiterter Backus Naur Form dar, verwenden Sie dabei so wenige Produktionen wie möglich (2T).

## 2.2 Grammatik 2 (5T)

Gegeben sei die folgende Grammatik:

$$\begin{aligned}G_2 &= \{ \Sigma, N, P, S \} \\N &= \{ S, A, N, U, Z \} \\ \Sigma &= \{ s, a, n, u \} \\ P &= \{ S \quad \mapsto ASA \mid NSN \mid USU \mid ZSZ \mid a \mid n \mid s \mid u, \\ &\quad A \quad \mapsto a, \\ &\quad N \quad \mapsto n, \\ &\quad U \quad \mapsto u, \\ &\quad Z \quad \mapsto s \} \end{aligned}$$

Geben Sie den einschränkensten Chomsky Grammatiktyp an (1T) und begründen Sie ihre Entscheidung (1T). Beschreiben Sie ferner die Eigenschaft der erzeugten Worte (1T) und konstruieren Sie einen Ableitungsbaum für das Wort „annasusanna“ (2T).

## 2.3 Grammatik 3 (5T)

Gegeben sei die folgende Grammatik:

$$\begin{aligned}G_3 &= \{ \Sigma, N, P, S \} \\N &= \{ S, X, Y, Z \} \\ \Sigma &= \{ b, e, h, l, n, t \} \\ P &= \{ S \quad \mapsto X, \\ &\quad X \quad \mapsto Ye \mid Yt \mid Yen, \\ &\quad Y \quad \mapsto hZ \mid lZ \mid bZ, \\ &\quad Z \quad \mapsto eb \} \end{aligned}$$

Geben Sie den einschränkensten Chomsky Grammatiktyp an (1T) und begründen Sie ihre Entscheidung (1T). Welche Sprache erzeugt diese Grammatik (2T)? Unabhängig von der Grammatik, welches ist der einschränkenste Chomsky-Typ dieser Sprache (1T)?

## 2.4 Grammatik 4 (6T)

Geben Sie zur Sprache der arithmetischen Ausdrücke, in denen die Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division als Operatoren auftreten, eine Grammatik an (2T).

Beschreiben Sie die Sprache in Backus-Naur-Form (1T).

Geben Sie zum Ausdruck  $\text{bez} \cdot (\text{bez} - \text{bez}) / (\text{bez} / (\text{bez} + \text{bez}))$  den Ableitungsbaum an (3T).

## 2.5. Grammatik-Transformation (2T)

Gegeben sei die folgende Grammatik vom letzten Übungsblatt:

$$\begin{aligned}G_5 &= \{ \Sigma, N, P, S \} \\ N &= \{ S, I, N \} \\ \Sigma &= \{ n, i \} \\ P &= \{ S \quad \mapsto N, \\ &\quad I \quad \mapsto iN \mid i, \\ &\quad N \quad \mapsto nI \} \end{aligned}$$

Wandeln Sie diese Grammatik in eine Grammatik vom Typ Chomsky 3, die immer noch die gleiche Sprache erzeugt.

## 2.6 Begriffsdefinitionen (4T)

Definieren Sie die Begriffe Syntax, Semantik, Chomsky-Grammatik und Sprache (je 1T).

## Aufgabe 3: Kantorowitsch- Bäume (10T)

### 3.1 Umwandeln von Formeln (5T)

Zeichnen Sie die Kantorowitsch- Bäume zu folgenden mathematischen Formeln (*Beachte*: es gelten die üblichen mathematischen Vorrang-Regeln):

- $3 \cdot a + 7 \cdot b$  (1T)
- $(-12 + 11) \cdot 80$  (1T)
- $((-5 \cdot x) + (-7 \cdot y)) / (25 + z)$  (1,5T)
- $((3 \cdot a + 2) \cdot a + 1) \cdot a$  (1,5T)

### 3.2 Infix-, Präfix-, Postfix-Darstellung ( 5T)

Zeichnen Sie den Kantorowitsch-Baum folgender Formel:

$$(a + b)/c - 3d \cdot 2a$$

Lesen Sie danach aus dem Baum die Präfix- und Postfixschreibweise der Formel ab und schreiben Sie diese auf. Beschreiben Sie kurz, wie Sie zu ihrem Ergebnis gekommen sind.

## Aufgabe 4: Halbgruppen und Monoide (12T)

Überprüfen Sie, ob es sich bei folgenden Strukturen um Halbgruppen oder Monoide oder nichts von beidem handelt. Überprüfen Sie weiterhin, falls es sich um eine Halbgruppe oder einen Monoid handelt, ob die Struktur auch abelsch ist.

(Hinweis: Sie dürfen zum Beweisen auf schon bekannte Eigenschaften aus der Vorlesung zurückgreifen. Zum Widerlegen genügt ein begründetes Gegenbeispiel)

### 4.1 Vektoraddition (2T)

Verknüpfung „+“:  $(a,b) + (c,d) = (a + c, b + d)$  alle Symbole  $\in \mathbb{N}_0$

### 4.2 Linksidentität (3T)

Verknüpfung „#“:  $a \# b = a$  alle Symbole  $\in \mathbb{N}_0$

### 4.3 Fließkommazahlen (3T)

Addition auf den Fließkommazahlen doppelter Genauigkeit nach IEEE-754

### 4.4 Matrizenmultiplikation (4T)

Verknüpfung „·“:  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix}$  alle Symbole  $\in \mathbb{N}_0$

Falls die Struktur nicht abelsch ist, existiert eine abelsche Unterhalbgruppe / ein abelscher Untermonoid? Wenn ja, geben Sie dies an. (1T)